Tarea 7 Análisis Numérico

Prof. Alma González

Entrega: 1 de Junio de 2015

1. Implementa las rutinas en python correspondientes a los métodos de solución de ecuaciones diferenciales :

   - Método de Euler
   - Método de Heun, y Heun con iteraciones.
   - Método del punto Medio.
   - Método de Ralston (Runge-Kutta de segundo orden con $a_2 = 3/2$).
   - Método Runge-Kutta de cuarto orden.

   El siguiente ejercicio debes resolverlo usando los métodos, y rutinas, del inciso anterior, y comparando tus resultados para los diferentes métodos. Usa gráficas y tablas para resumir tus resultados.

2. La ecuación logística,

$$\frac{dp}{dt} = K_{\mathrm{gm}} \left(1 - p/p_{\mathrm{max}}\right) p \tag{1}$$

   se usa para simular el crecimiento de poblaciones. p es la población, K_{gm} es la tasa máxima crecimiento bajo condiciones sin limites, y p_{max} es el limite de población. Usa esta ecuación para simular la población mundial entre 1950 a 2000. Usa las siguiente condición inicial $p_0(\text{en}1950) = 2555$ millones de personas, $K_{\mathrm{gm}} = 0.026/\text{yr}$ y $p_{\mathrm{max}} = 12000$ millones de personas. Usa diferentes pasos de tiempo (h), para comparar el efecto que tiene está cantidad en tu solución, y el tiempo que tarda tu código en calcular la solución.

   Haz una (o varias) gráfica de tus resultados junto con esta tabla de datos. ¿Qué tan bien describe la ecuación logística el crecimiento de población?

tiempo (años)	1950	1960	1970	1980	1990	2000
p (millones de personas)	2555	3040	3780	4454	5276	6070

3. Supón que un proyectil es lanzado desde la superficie de la tierra y que la única fuerza que actúa sobre el proyectil es la fuerza de gravedad. Bajo estas condiciones se puede usar un balance de fuerzas para escribir la ecuación

$$\frac{dv}{dt} = -g\frac{R^2}{(R+x)^2} \tag{2}$$

   donde v es la velocidad (m/s), t es el tiempo (s), x es la altitud (m) medida desde la superficie de la tierra, g es la aceleración gravitacional ($\approx 9.81 m/s^2$), y R es el radio de la tierra ($\approx 6.37^6 m$). Dado que $dx/dt = v$, usa el método de Runge-Kutta para determinar la altura máxima que alcanzara el proyectil si $v(t=0) = 1400 m/s$. Muestra en una gráfica la velocidad como función del tiempo, y en otra la altitud como función del tiempo.