que representa la resistencia del conductor. Observamos que también en este caso es función sólo de las características del material.

El campo eléctrico, en cualquier punto que diste r del eje del conductor, será

$$\mathbf{E} = \frac{V_0}{r \ln b/a}\mathbf{u}_r$$

donde $\mathbf{u}_r$ es un vector unitario en la dirección radial y dirigido hacia el exterior del conductor.

80. **En el circuito de la figura el voltímetro V_1, que se considera ideal, marca 12 V cuando el interruptor está abierto y 10 V cuando está cerrado. En esta situación, la corriente a través del resistor $R_3 = 2\ \Omega$ vale 0,5 A. Se pide: a) ¿Qué significa que el voltímetro es ideal? ¿Qué condición debe verificar en la práctica el voltímetro para que pueda ser considerado como ideal? b) ¿Por qué cambia la lectura del voltímetro al cerrar el interruptor? c) Calcular la corriente a través del resistor R_2, cuya resistencia es de 6 Ω. d) Resistencia del resistor R_1. e) Resistencia equivalente del circuito. f) Resistencia de la pila. g) Potencia suministrada por la pila al circuito. h) Energía disipada en R_2 durante 10 s.**

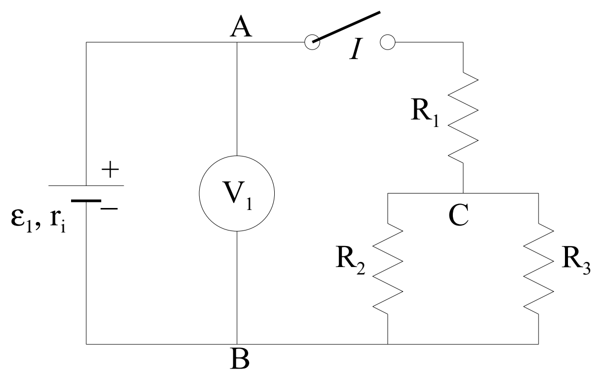

Figura 45: Problema 81. Figura 1.

Solución:

a) Un aparato de medida es ideal cuando su uso no altera el valor de la magnitud que se desea medir. Al conectar un voltímetro entre los extremos de un elemento cuya diferencia de potencial se desea medir, en principio siempre alterará la medida, puesto que el aparato tendrá una cierta resistencia interna R_v. Para visualizarlo, supongamos los dos circuitos, (a) y (b), de la figura 2.

$$i = \frac{\xi}{R + r_i} \qquad , \qquad i' = \frac{\xi}{r_i + \dfrac{RR_v}{R + R_v}}$$

Tendremos $i \neq i'$. Las correspondientes diferencias de potencial entre los puntos A y B serán también distintas (calcúlense como ejercicio). Para que no se altere la medida: $V_A - V_B = (V'_A - V'_B 1)$, no teniendo que pasar corriente a través del voltímetro, lo que ocurre si $R_v = \infty$. Por lo tanto, un voltímetro ideal es aquel que tiene una resistencia interna infinita. Ahora bien, esta condición es imposible de alcanzar en la práctica; un voltímetro real se acercará tanto más a uno ideal, cuando mayor sea R_v frente a R. Mayor significa, desde un punto de vista práctico, exceder por lo menos en un orden de magnitud, es decir en un factor diez. En el ejercicio ha de verificarse, por consiguiente,

$$R_v >> R_{equivalente} = R_1 + \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3}$$

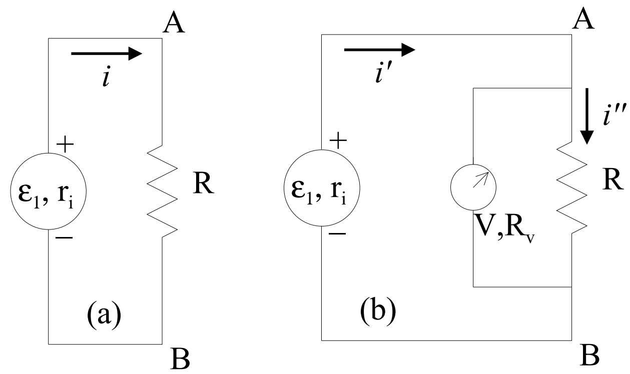

Figura 46: Problema 81. Figura 2.

Al calcular en el apartado e) el valor de esta resistencia equivalente ya veremos cuál debe ser R_v para poder considerar al voltímetro como ideal.

b) Un voltímetro siempre mide la diferencia de potencial que existe entre los puntos donde se conecta. Cuando el interruptor está abierto la diferencia de potencial entre los extremos de la pila es *numéricamente igual* a su fuerza electromotriz. Al cerrarlo marca la diferencia de potencial existente entre dichos extremos. Por lo tanto: $\xi_1 = 12$ V y $V_A - V_B = 10$ V, cuando el interruptor está cerrado.

c)

$$\left.\begin{array}{l} V_C - V_A = i_3 R_3 = 1 \text{ V} \\ V_C - V_A = i_2 R_2 \end{array}\right\} \quad i_2 = 1/6\text{A}$$

Por lo tanto, la corriente total a través del circuito, que es la que pasa por R_1, es:

$$i = i_2 + i_3 = \frac{2}{3}\text{A}$$

d) La diferencia de potencial entre los extremos de R_1 será

$$V_B - V_C = (V_B - V_A) - (V_C - V_A) = 9\text{V}$$

y

$$V_B - V_C = iR_1 \qquad , \qquad R_1 = \frac{27}{2}\Omega$$

e) Los resistores R_2 y R_3 se encuentran en paralelo y el conjunto de ellos en serie con R_1, por lo tanto

$$R_2||R_3 = \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3}$$

$$R_{equivalente} = R_1 + \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3} = 15\ \Omega$$

Volviendo al apartado a), $R_v > 150\Omega$. Este resultado es bastante teórico ya que en la práctica los resistores tienen valores mayores. Un voltímetro estándar suele tener una resistencia interna del orden de los cientos o miles de kΩ

f) Sabemos que

$$V_B - V_A = \xi - ir \qquad , \qquad r = \frac{\xi - (V_B - V_A)}{i} = 3\ \Omega$$

El resultado es un tanto absurdo, ya que las resistencias internas de las pilas suelen ser mucho más bajas, mientras que en este problema, a causa de los valores elegidos, sale del orden de las resistencias exteriores. Los valores típicos suelen encontrarse entre las décimas y las unidades de ohmio.

g) La potencia que suministra realmente la pila al circuito, es decir la realmente aprovechable, vale

$$P = (V_B - V_A)i = \frac{20}{3}\text{W}.$$

La que disipa en su resistencia interna es

$$P_1 = i^2 r_i = \frac{4}{3}\text{W}$$

que representa, para este ejemplo, una pérdida considerable:

$$\frac{P_1}{P} = 0,2$$

Se trata de una pila no muy recomendable, ya que su rendimiento en la transformación de energía química en eléctrica es bajo

h) Energía disipada en R_2 durante 10 s:

$$E_d = i_2^2 R_2 t = \frac{5}{3}\text{J}$$

81. **Dispone usted de tres bombillas iguales de 60 W-120 V. Si dispone de un acumulador como fuente de corriente, y se desea alumbrar simultáneamente las tres bombillas de forma que la carga del acumulador le dure el mayor tiempo posible. Entre una conexión en serie y otra en paralelo, ¿cuál escogería?**

Solución: La expresión de la potencia disipada por un elemento de resistencia, como pueda ser una bombilla, es

$$P = (V - V')^2/R$$

siendo $V - V'$ la diferencia de potencial entre sus extremos. La bombilla se caracteriza por la máxima potencia que puede disipar, en este caso 60W, así como por la diferencia de potencial que hay que aplicar entre sus extremos para que disipe dicha potencia. Si es así, la bombilla luce con su máxima luminosidad; con una menor tensión, lucirá menos. Sustituyendo valores en la expresión anterior obtenemos $R = 240\Omega$. Veamos ahora la diferencia entre las dos disposiciones que nos sugiere el problema.

Si las colocamos en serie, la tensión de 120V se aplica al conjunto de las tres,

$$120 = 3Ri \quad , \quad i = 0,17\text{A}$$

La potencia disipada en cada una de ellas será,

$$P = iR^2 = 6,80\text{W}$$

Por el contrario, en una conexión en paralelo la tensión de 120V se aplica a cada bombilla por separado

$$120 = Ri \quad , \quad i = 0,50\text{A}$$

y cada una de ellas disipará 60W. Está claro que en este caso las bombillas lucirán más, aunque, la disipación siendo mayor, descargará antes el acumulador. Nos interesa, por lo tanto, la conexión en serie.

X. Fuerzas y campos electromagnéticos

82. Un haz de electrones con velocidad $v = 10^6 m/s$ va a ser desviado 90^o por medio de un imán como se muestra en la figura. Se pide: a) La dirección del campo magnético para obtener la deflexión representada; b) El radio de curvatura de la trayectoria de los electrones cuando se encuentran en la zona del imán, suponiendo que el campo es constante en la zona del imán y nulo en el exterior; c) La fuerza ejercida sobre los electrones por el campo magnético; d) el valor del campo magnético suponiendo que el radio de curvatura de la trayectoria es $R = 10$ cm.

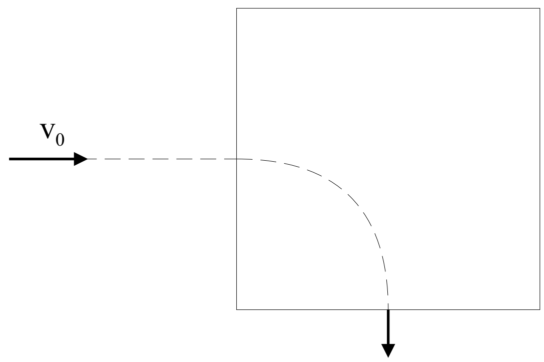

Figura 47: Problema 83

Solución:

a) Para que el electrón describa la órbita circular descrita en la figura, la fuerza ejercida sobre él debe ser perpendicular a la trayectoria y dirigida hacia el centro de curvatura de la misma. Por lo tanto, dado que $\vec{f} = q\,\vec{v} \times \vec{B}$, el campo magnético deberá ser perpendicular al plano de la trayectoria y dirigido hacia abajo, ya que la carga del electrón tiene signo negativo.

b) El radio de la órbita se puede obtener igualando la fuerza magnética qv_oB a la fuerza centrífuga mv_o^2/R; despejando R se obtiene $R = \frac{mv_o}{eB}$.

c)

$$f = ev_oB = m\frac{v_o^2}{R} = 9,1 \times 10^{-18} N$$

d)

$$B = \frac{mv_o}{eR} = 5,69 \times 10^{-5} T$$

83. Un protón es acelerado desde el reposo por un campo electrostático cuya diferencia de potencial es $V = 2 \times 10^6$ Voltios. Una vez acelerado penetra en una región en la que existe un campo magnético uniforme perpendicular a la trayectoria del electrón y de valor $B = 0,2$ T. Calcular: a) el radio de la órbita, b) la velocidad del protón en ella, c) el tiempo que tarda el protón en describir una órbita completa.

Datos: Masa del protón $= 1,67 \times 10^{-27}$ Kg, carga del protón $= 1,6 \times 10^{-19}$ Coulombs.

Solución:

a) y b) Por conservación de la energía, la energía potencial electrostática del protón al principio, será igual a la energía cinética al final, con lo que

$$eV = \frac{1}{2}mv^2; \quad de \;\; donde \quad v = \sqrt{\frac{2eV}{m}} = 1,95 \times 10^7 ms^{-1}$$

Una vez bajo la acción del campo magnético el protón se moverá en una trayectoria circular en la que la fuerza centrífuga se verá equilibrada por la fuerza de Lorentz; dado que en este caso la velocidad del protón es perpendicular al campo magnético, tenemos:

$$\frac{mv^2}{R} = qvB; \quad de \;\; donde \quad R = \frac{mv}{qB} = 1,01m.$$

c) El tiempo empleado por el protón en recorrer la órbita es

$$T = \frac{2\pi R}{v} = 3,25 \times 10^{-7}s.$$

84. Un protón es acelerado por una diferencia de potencial elétrico V e introducido en una región en la que existe un campo magnético B uniforme perpendicular a la velocidad del protón. Se pide: a) Calcular el radio de la trayectoria. b) Calcular la velocidad angular del protón en dicha trayectoria. c) Suponga ahora que en la misma región donde se aplica el campo magnético, existe también un campo eléctrico constante y uniforme E' que actúa perpendicularmente a la velocidad del protón y al campo magnético, ¿cuál deberá ser el valor del potencial acelerador V para que el protón no se desvíe al entrar en la zona de los campos eléctrico y magnético?

Solución:

a) La diferencia de potencial hace que el protón adquiera una energía cinética tal que

$$\frac{1}{2}mv^2 = qV \quad \Rightarrow \quad v = \sqrt{\frac{2qV}{m}}$$

donde m es la masa del protón, q su carga, y v su velocidad. En la región donde tenemos el campo magnético, el protón es forzado por la fuerza magnética a realizar un movimiento circular de radio R (la fuerza resultante está siempre dirigida hacia el centro de la circunferencia) de forma que, igualando la fuerza magnética con la centrípeta, se tiene

$$qvB = m\frac{v^2}{R} \quad \Rightarrow \quad R = \frac{mv}{qB} = \sqrt{\frac{2mV}{qB^2}}$$

b) La velocidad angular es

$$\omega = \frac{v}{R} = \frac{qB}{m}$$

c) Si el protón no se desvía quiere decir que la fuerza total (eléctrica y magnética) sobre él es nula, por lo que, igualando la fuerza eléctrica con la magnética, obtenemos

$$qvB = qE' \quad \Rightarrow \quad v = E'/B$$

que es la velocidad que debe tener el protón para que no se desvíe. Por lo tanto, el potencial acelerador debe ser tal que

$$qV = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}m\left(\frac{E'}{B}\right)^2 \quad \Rightarrow \quad V = \frac{m}{2q}\left(\frac{E'}{B}\right)^2$$

85. En la región limitada por los planos $y = 0$, e $y = y_o = 10$ cm, existe un campo eléctrico uniforme $\vec{E} = -1000\vec{j}\ V/m$. En la región existente entre el plano $y = y_o$ y el infinito existe únicamente un campo magnético uniforme $\vec{B} = 10^{-4}\vec{i}\,T$. Se abandona un electrón en el origen de coordenadas sin velocidad inicial. Hallar: a) la velocidad del electrón en el momento de atravesar el plano $y = y_o$, b) comprobar que el movimiento del electrón es periódico en la coordenada y, c) calcular el periodo de este movimiento.

Datos: Masa del electrón $= 0,9 \times 10^{-30} Kg$, carga del electrón $= 1,6 \times 10^{-19}$ Coulombs.

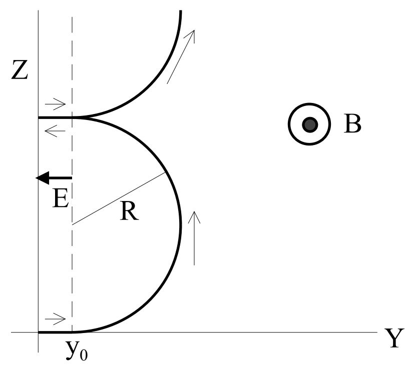

Figura 48: Problema 86.

Solución:

a) El campo eléctrico acelera al electrón en la dirección positiva del eje OY, con una aceleración $\vec{a} = \vec{F}/m = e\vec{E}/m = 1,77 \times 10^{14}\vec{j}\ ms^{-2}$. y por lo tanto la velocidad del electrón al atravesar el plano indicado será $v = \sqrt{2ay_o} = 5,95 \times 10^6\ ms^{-1}$.

b) Al entrar en la región del campo magnético B, la fuerza de Lorenz induce un movimiento circular uniforme, con sentido contrario a las agujas del reloj, y cuyo radio se puede obtener del equilibrio entre la fuerza de Lorenz y la centrífuga, es decir:

$$evB = \frac{mv^2}{R}; \quad de\ \ donde \quad R = \frac{mv}{eB} = 0,335\,m$$

Sin embargo, cuando el electrón ha descrito la mitad del círculo vuelve a cruzar el plano $y = y_o$ en dirección contraria a la anterior, con lo que se vuelve a ver sometido únicamente al campo eléctrico que en este caso lo frena hasta que el electrón se para al llegar al plano $y = 0$. En este momento volvemos a estar en la situación inicial pero con el electrón desplazado una distancia $2R$ en la dirección negativa del eje OX. Por lo tanto el movimiento del electrón en la coordenada y se repetirá periódicamente, mientras que en la coordenada x se producirá un desplazamiento $2R$ por cada periodo de la coordenada y.

c) El periodo del movimiento en la cordenada y será la suma de los tiempos empleados por el electrón en recorrer los dos espacios rectilíneos en los que es acelerado y frenado respectivamente por el campo eléctrico, más el empleado en recorrer el semicírculo causado por el campo magnético.

El tiempo enpleado en cada tramo bajo la acción del campo eléctrico se ontiene de

$$y_o = \frac{1}{2}at_1^2; \quad de\ \ donde \quad t_1 = \sqrt{\frac{2y_o}{a}} = \sqrt{\frac{2y_o m}{eE}} = 3,35 \times 10^{-8}\ s$$

El tiempo que tarda en recorrer el semicírculo es

$$t_2 = \frac{\pi R}{v} = 1,77 \times 10^{-7}\ s$$

Luego el tiempo total será:

$$T = 2t_1 + t_2 = 2,44 \times 10^{-7}\ s$$

86. **El ciclotrón es un acelerador de partículas que consta de una cavidad cilíndrica conductora dividida en dos mitades en forma de D (llamadas des): D_1 y D_2, que se colocan en el seno de un campo magnético B creado por un potente electroimán; el campo es paralelo al eje de la cavidad. En el interior de las D se crea un grado de vacío elevado para impedir que las partículas colisionen con las moléculas de aire. Las dos cavidades se encuentran aisladas eléctricamente entre sí. Una fuente de iones F, o de partículas, se coloca en el centro de las D. A éstas se les aplica una diferencia de potencial alterna: $V_0 \sin \omega_0 t$. Se pide: a) Razonar el pricipio básico de funcionamiento de este acelerador. b) Suponiendo conocidos B, q, m, calcular la frecuencia angular, ω_0, para asegurar un funcionamiento correcto. c) Si R es el radio del ciclotrón, calcular la velocidad y energía máximas con que salen las partículas. d) ¿Cuántas vueltas completas deben dar las partículas en el interior de las D para que salgan con dicha energía, si la amplitud de la tensión aplicada es V_0? Se desprecian correcciones relativistas, es decir, a pesar de su elevada velocidad, se considera que la masa de las partículas permanece constante.**

Aplicación numérica (protones): B=1,5 T, $m = 1,67 \times 10^{-27}$ kg, $q = 1,6 \times 10^{-19}$ C, R =0,92 m, $V_0 = 2 \times 10^4$ V.

Solución:

a) Las partículas o iones emitidos por la fuente alcanzan uno de los lados, por ejemplo, el D_1. Sabemos que el campo magnético obliga a las partículas a describir una circunferencia de radio $R = mv/qB$. Al haber trazado la semicircunferencia y abandonar D_1, abandona el conductor. Si la polaridad es la adecuada (D_1 positiva respecto de D_2), la partícula (que suponemos de carga positíva) se encuentra sometida a un potencial acelerador V_0.

b) Para asegurar un funcionamiento correcto del ciclotrón, el tiempo que tarda la partícula en recorrer una semicircunferencia (t_c) en el interior de una de las D debe ser igual a la mitad del periodo de la tensión sinusoidal aplicada (T_0). Sabemos que el tiempo que tarda en recorrer una semicircunferencia es

$$t_c = \frac{\pi m}{qB}$$

con lo que ω_0 debe ser igual a qB/m

c) De lo visto en el apartado a) podemos inferir que la relación entre la velocidad máxima y el radio del ciclotrón es

$$v_{max} = \frac{BRq}{m}$$

y la energía cinética, suponiendo que la masa permanece constante,

$$E_{c,max} = \frac{1}{2} m v_{max}^2 = \frac{1}{2m} q^2 B^2 R^2.$$

Vemos que depende de las características de la partícula, del radio del ciclotrón y de la inducción, pero no del potencial acelerador. Sin embargo, si V_0 es pequeño, la partícula tiene que dar muchas vueltas en el seno de las D antes de alcanzar la energía deseada; si es grande, sólo unas pocas son necesarias.

d) Vamos a tratar cuantitativamente la consideración que acabamos de hacer. En cada vuelta, la partícula atraviesa el espacio entre las D: se encuentra sometida dos veces al potencial acelerador. Cada vez que se ve sometida a éste obtiene una ganancia de energía cinética igual a qV_0. Si inicialmente la partícula partió del reposo, y después de n aceleraciones se situa en la velocidad máxima, tendremos que

$$\frac{1}{2} m v_{max}^2 = nqV_0$$

Si llamamos $n^* = n/2$ al número de vueltas completas, tendremos

$$n^* = \frac{q}{4m}\frac{B^2R^2}{V_0}$$

En principio podríamos suponer la eventualidad de una capacidad de aceleración ilimitada de la partícula hasta alcanzar cualquier energía deseada. A las dificultades tecnológicas y económicas se suma una física. Al aumentar la energía, la velocidad de la partícula puede llegar a ser una fracción importante de la velocidad de la luz, introduciéndose efectos relativistas de variación de la masa. Tenemos como consecuencia un defasaje entre el potencial alterno y el movimiento de la partícula. Sin embargo, esta variación relativista puede corregirse o bien dándole una forma adecuada al campo magnético (sincrotones) o bien variando la frecuencia de la tensión alterna y manteniendo la inducción magnética constante (sincrociclotrones).

A la hora de hacer evaluaciones numéricas, tendremos:

$$\omega_0 = 1,44 \times 10^8 \text{ rads/s}$$

$$v_{max} = 1,32 \times 10^8 \text{ m/s}$$

$$E_{c,max} = 1,45 \times 10^{-11} \text{ J}$$

$$n^* = 2281 \text{ vueltas}$$

87. **Supongamos un electrón en el átomo de hidrógeno en su movimiento orbital alrededor del núcleo. Sea R el radio de la órbita, que consideramos circular, y V la velocidad lineal con que se mueve. Calcular el valor de la intensidad de la corriente producida por este movimiento, el momento magnético dipolar y su relación con el momento angular orbital.**

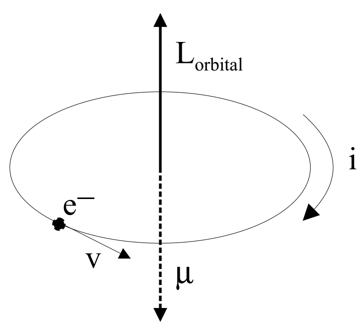

Figura 49: Problema 88.

Solución: Estamos considerando un modelo clásico para el átomo de hidrógeno. La frecuencia del movimiento orbital del electrón será

$$\nu = v/2\pi R = \omega/2\pi$$

y la corriente correspondiente $i = q_e\nu$, ya que ν representa el número de veces por unidad de tiempo que la carga q_e atraviesa un punto cualquiera de la trayectoria circular. Esta corriente lleva sentido contrario al del movimiento del electrón. Por definición del momento dipolar magnético asociado a una corriente cerrado, tendremos

$$\mu = q_2\nu\pi R^2 = \frac{1}{2}q_e\omega R^2$$

Su dirección es, según la regla conocida, la dada por la figura. Mientras tanto, el momento angular orbital vale

$$L_{orbital} = mvR = m\omega R^2$$

con el sentido que se indica en la figura. Comparando las dos expresiones, se obtiene en forma vectorial

$$\vec{\mu} = \frac{q_e}{2m}\vec{L}_{orbital}$$

Luego al electrón se le puede asociar un momento magnético que está relacionado con el momento angular mediante la relación anterior.

La teoría cuantica introduce una contribución adicional al momento dipolar magnético, μ_{spin}, y que no puede ser deducido a partir de consideraciones clásicas. Las propiedades magnéticas que presentan los imanes se consideran debidas a estas *corrientes microscópicas* a que equivale, sobre todo, el movimiento orbital y de spin de los electrones.

88. **Un cable coaxial está formado por un conductor cilíndrico de radio R_1 rodeado por otro conductor, también cilíndrico, cuyo radio interior es R_2 y el exterior R_3. Ambos conductores están recorridos por corrientes estacionarias iguales y de sentidos contrarios. La densidad de corriente se considera uniforme en ambos conductores. Calcular la inducción magnética B para todo valor de la distancia r al centro del cable coaxial. Dibujar $\mathbf{B}(r)$.**

Solución: El valor de **B** para las distintas regiones que se pueden distinguir para r, dada la estructura del sistema es como sigue.

a) $r < R_1$. Dada la simetría del campo, elegimos como curva para calcular la circulación una circunferencia de radio r concéntrica con la corriente

$$\oint_{c_1} \mathbf{B} \cdot d\mathbf{l} = B \oint_{c_1} dl = B2\pi r$$

Esta circulación es igual al producto de μ_0 por la corriente encerrada por la curva c_1. Como la densidad de corriente es uniforme.

$$i = \int_{S_a} \mathbf{J} \cdot d\mathbf{S} = J \int_{S_a} d\mathbf{S} = JS$$

$$\mathbf{J} = \frac{i}{S} = \frac{i'}{S'}$$

S representa el área encerrada por una curva c_1 de radio r y S' la correspondiente al contorno del conductor interior. Por lo tanto:

$$i' = \frac{\pi r^2}{\pi R_1^2} i$$

Según el teorema de Ampère:

$$B2\pi r = \mu_0 \frac{r^2}{R_1^2} i,$$

$$B = \frac{\mu_0 r i}{2\pi R_1^2}$$

su dirección, como ya indicabamos, es tangente a las circunferencias concéntricas que constituyen sus líneas de fuerza; el sentido viene determinado por la regla de la mano derecha.

b) $R_1 < r < R_2$. Aplicando el teorema de Ampère a una circunferencia de radio r:

$$B2\pi r = \mu_0 i, \qquad B = \frac{\mu_0 i}{2\pi r}$$

que coincide con el valor encontrado anteriormente para un conductor rectilíneo indefinido, recorrido por una corriente estacionaria i. Luego, para los puntos de la región que nos ocupa, el campo magnético es el mismo que se crearía si toda la corriente se encontrase concentrada a lo largo del eje del conductor cilíndrico.

c) $R_2 < r < R_3$. Aplicamos de nuevo el teorema de Ampère a una circunferencia concéntrica con el eje del cable.

$$B2\pi r = \mu_0 i^*$$

i^* es la corriente encerrada por la circunferencia: $i^* = i - i$", donde i" representa la parte de corriente encerrada correspondiente al conductor cilíndrico exterior: i" $< i$. i" se calcula del mismo modo que hicimos con i en el apartado a):

$$i" = \frac{\pi(r^2 - R_2^2)}{\pi(R_3^2 - R_2^2)} i$$

por lo tanto

$$i^* = i\left[1 - \frac{r^2 - R_2^2}{R_3^2 - R_2^2}\right] = \frac{R_3^2 - r^2}{R_3^2 - R_2^2} i$$

que sustituida en la expresión del campo magnético da:

$$B = \frac{\mu_0}{2\pi r} \frac{R_3^2 - r^2}{R_3^2 - R_2^2} i$$

d) $r > R_3$. La inducción magnética es nula al ser la corriente total encerrada por la circunferencia de radio r nula (las corrientes que atraviesan los conductores del cable son iguales y de sentido contrario)

En definitiva, la representación de la variación de B con r queda:

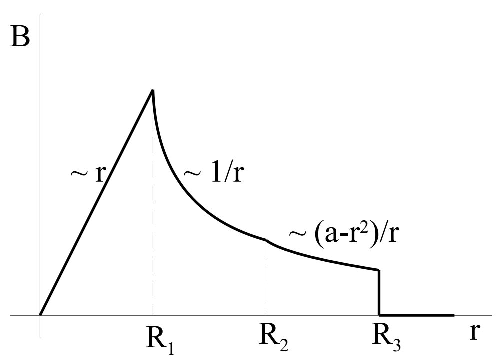

Figura 50: Problema 89.

89. **Demostrar que en el interior de un solenoide, con una longitud mucho mayor que el radio de una espira, el campo magnético puede considerarse uniforme.**

Solución: En un punto P (indicado en la figura) el campo producido por las espiras localizadas en un elemento dx del solenoide será:

$$dB = \frac{\mu_0 i a^2}{2[a^2 + (y-x)^2]^{3/2}} n dx$$

El campo total tendrá por módulo

$$B = \frac{\mu_0 i a^2 n}{2} \int_0^l \frac{dx}{[a^2 + (y-x)^2]^{3/2}} =$$

$$\frac{\mu_0 i n}{2} [\frac{l-y}{[a^2 + (l-x)^2]^{1/2}} + \frac{y}{[a^2 + y^2]^{1/2}}]$$

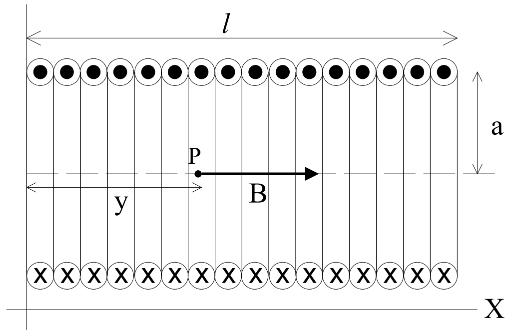

Figura 51: Problema 90.

En el límite $l >> a$, la expresión anterior se reduce a $B = \mu_0 ni$, que es una magnitud constante, tal como queríamos demostrar.

90. **Una corriente I recorre un conductor cilíndrico recto y largo, de radio $r_1 = 1,4mm$, de manera uniformemente distribuída en toda la sección transversal del conductor. En la superficie del conductor, el campo magnético tiene una magnitud $B = 2,46mT$. Determinar la magnitud del campo magnético a) a una distancia $r_2 = 2,1$ mm del eje del conductor, b) a una distancia $r_3 = 0,6$ mm del eje. c) Determinar la intensidad de la corriente.**

Solución:

a) En este caso el punto en el que queremos hallar el campo magnético se encuentra fuera del conductor. La expresión del campo magnético en el exterior de un conductor infinito se puede hallar por medio del teorema de Ampere, calculando la circulación del campo a lo largo de una circunferencia perpendicular al conductor y de radio r. Como el campo es siempre paralelo al elemento diferencial de longitud a lo largo de la circunferencia la circulación vale $\Gamma = 2\pi r B(r)$ que al igualarla a $\mu_0 I$ nos da la expresión del campo en el exterior del conductor

$$B(r) = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$

Por lo tanto, $B(r)$ es inversamente proporcional a r, con lo que $B(r_2) = B(r_1)r_1/r_2 = 1,64\text{mT}$.

b) En este caso el punto está dentro del conductor y es necesario calcular el campo en ese punto; para ello es necesario aplicar el teorema de Ampere de igual forma que en el caso anterior, pero considerando que, ahora, la corriente que atraviesa la sección de una circunferencia de radio r interior al conductor no es la corriente total, sino $I(r) = I\pi r^2/\pi r_1^2$, dado que la corriente está uniformemente distribuída en la sección transversal del conductor. Por lo tanto, la expresión del teorema de Ampere será

$$2\pi r B(r) = \mu_0 I \frac{r^2}{r_1^2}; \quad \text{dedonde} \;\; B(r) = \frac{\mu_0 I r}{2\pi r_1^2}$$

Por lo tanto, $B(r)$ es proporcional a r, y entonces $B(r_3) = B(r_1)r_3/r_1 = 1,05\text{mT}$.

c) El valor de la corriente se obtiene directamente de la fórmula del campo obtenida en el apartado a), es decir

$$I = \frac{2\pi r_1 B}{\mu_0} = 17,2\text{A}$$